



OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN VIỆT NAM LẦN THỨ 30

KHỐI SIÊU CUP



Đại học FPT, Từ ngày 22 -24 tháng 03 năm 2022

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đỗ Phan Thuận
Lê Đôn Khuê
Nguyễn Văn Hiếu
Nguyễn Thanh Hoàng
Phạm Bá Thái
Lăng Trung Hiếu

Bài 1. Lát sàn — LATSAN

Tham lam

Truy hồi

Bài 2. Cây đa sắc — COLORTREE

Bài 3. Dây cùng tiền — KLIMIT

Bài 1. Lát sàn — LATSAN

- ▶ Dạng bài: INTERACTIVE.
- ▶ Đặt ít câu hỏi nhất có thể để xác định được cách lát đá của cả sàn, mỗi câu hỏi có dạng:
“Viên đá phủ lên ô (i,j) còn phủ lên những ô nào khác?”

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

Tham lam

- ▶ Xây dựng tập P gồm tất cả $2nk(nk - k + 1)$ trạng thái vị trí có thể đặt của một viên gạch.
- ▶ Gọi $deg[u][v]$ là số lượng trạng thái viên gạch chứa ô (u, v) hay số trạng thái chứa vị trí (u, v) trong đó.
- ▶ Ta thực hiện truy vấn vị trí có nhiều khả năng đặt viên gạch đè lên nhất ($deg[u][v]$ lớn nhất)
- ▶ Mỗi truy vấn trả về, thực hiện cập nhật viên gạch chứa nó:
 - ▶ Điền viên trạng thái gạch vào bảng.
 - ▶ Loại bỏ khỏi tập P tất cả các trạng thái chứa bất kỳ ô nào đó trong các ô thuộc viên gạch vừa tìm thấy.
 - ▶ Mỗi trạng thái loại bỏ, ta giảm $deg[u][v]$ của ô thuộc trạng thái đó.
 - ▶ Khi một có $deg[u][v] = 1$, ta xác định được trạng thái của viên gạch chứa nó. Thực hiện tiếp tục cập vừa tìm thấy.

Truy hồi (100%)

- ▶ Trường hợp $k = 2$, chỉ cần hỏi các ô (x, y) có $x + y$ chẵn và xây dựng các vị trí còn thiếu. Có thể chứng minh có đúng một cách xây dựng.
- ▶ Trường hợp $k > 2$, xóa bỏ các dòng $i \times k + 2$ và các cột $j \times k + 2$ ($0 \leq i, j < k$), ma trận còn lại có kích thước $n(k - 1) \times n(k - 1)$. Giải quyết tương tự như trường hợp $k - 1$ sau đó xây dựng lại các dòng và các cột vừa bị xóa.
- ▶ Số câu hỏi đúng bằng n^2 .

Bài 1. Lát sàn — LATSAN

Bài 2. Cây đa sắc — COLORTREE

Subtask 1 (12 điểm): $q \leq 1000$

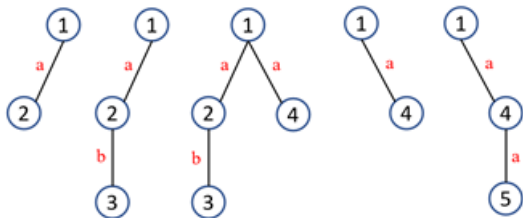
Subtask 2 (36 điểm): $q \leq 10^5$, chỉ có sự thay đổi loại 1 và tại thời điểm i , $u = i$

Subtask 3 (52 điểm): $q \leq 10^5$

Bài 3. Dây cùng tiền — KLIMIT

Bài 2. Cây đa sắc — COLORTREE

Xác định độ đa dạng của cây sau từng thời điểm.



Subtask 1 (12 điểm): $q \leq 1000$

- ▶ Xây dựng tập các xâu đại diện.
- ▶ Sử dụng Set để lưu trữ, quản lý.

Subtask 2 (36 điểm): $q \leq 10^5$, chỉ có sự thay đổi loại 1 và tại thời điểm i , $u = i$

Sử dụng giải thuật suffix array và xử lý offline:

- ▶ Xử lý offline đọc tất cả dữ liệu vào một lượt.
- ▶ Xây dựng bảng mảng tiền tố (suffix array) của xâu cuối cùng (độ dài q).
- ▶ Với mỗi lần thêm vào 1 ký tự, giả sử ta tạo được thêm xâu S (theo thứ tự ngược). Gọi A là xâu lớn nhất nhỏ hơn S đã được thêm, B là xâu nhỏ nhất đã được thêm. Khi đó, số lượng xâu khác nhau con trong tập biểu diễn được tăng thêm là

$$|S| - LCP(S, A) - LCP(S, B) + LCP(A, B)$$

Subtask 3 (52 điểm): $q \leq 10^5$

Tiếp cận giống subtask 2:

- ▶ Sử dụng Set để quản lý, duy trì tập thứ tự xâu (suffix array).
- ▶ Để so sánh 2 xâu lên gốc từ 2 đỉnh u, v ta sử dụng hàm băm và bảng thưa để lưu trữ, tìm kiếm, so sánh.
- ▶ Khi thêm hoặc xóa một đỉnh mới, số xâu khác nhau được tăng lên/giảm đi một lượng giống công thức trong subtask 2.

Bài 1. Lát sàn — LATSAN

Bài 2. Cây đa sắc — COLORTREE

Bài 3. Dây cùng tiến — KLIMIT

Tham lam

Xây dựng theo từng lớp

Bài 3. Dãy cùng tiến — KLIMIT

- ▶ Dạng bài: OUTPUT-ONLY
- ▶ Cho hai số nguyên dương n và k . Cần tìm một dãy $x_1, x_2, \dots, x_\ell$ dài nhất có thể, thỏa mãn:
 - ▶ x_i là xâu nhị phân độ dài n có không quá k bit 1 ($1 \leq i \leq \ell$);
 - ▶ $x_i \neq x_j$ với mọi $1 \leq i < j \leq \ell$;
 - ▶ Khoảng cách Hamming giữa x_i và x_{i+1} bằng 1 ($1 \leq i < \ell$);
 - ▶ Gọi a_i là tổng số bit 1 của x_i và x_{i+1} ($1 \leq i < \ell$), khi đó a là một dãy không giảm.

Bài 3. Dãy cùng tiến — KLIMIT

- ▶ tags: Middle levels, k-limited gray code
- ▶ Dựng đồ thị với mỗi đỉnh là một xâu nhị phân độ dài n có không quá k bit 1, hai xâu nối với nhau nếu khoảng cách Hamming giữa chúng bằng 1. Trọng số của một cạnh là tổng số bit 1 của hai xâu mà cạnh đó nối vào;
- ▶ Cần tìm đường đi đơn đi qua nhiều đỉnh nhất, sao cho trọng số các cạnh trên đường đi là không giảm;
- ▶ Cận trên: $2 \min(\text{ODD}, \text{EVEN}) + 1$ với $\text{ODD} = \sum_{2i+1 \leq k} \binom{n}{2i+1}$ và $\text{EVEN} = \sum_{2i \leq k} \binom{n}{2i}$ vì đây là đồ thị hai phía

Tham lam

- ▶ Bắt đầu từ một đỉnh, mở rộng đường đi hiện tại;
- ▶ Nếu có nhiều đỉnh có thể nối thêm vào đường đi thì chọn đỉnh có bậc (số cạnh nối ra ngoài đường đi) bé nhất;
- ▶ Lặp lại việc chọn đỉnh bắt đầu và cập nhật kết quả;
- ▶ Cách tiếp cận này có thể đạt được độ tốt xấp xỉ 60% cận trên.

Xây dựng theo từng lớp

- ▶ Gọi lớp thứ i là tập các xâu nhị phân độ dài n và có i bit 1;
- ▶ Tìm đường đi có dạng $P_0 + P_1 + \dots + P_{k-1}$ trong đó P_i là đường đi giữa lớp thứ i và lớp thứ $i + 1$;
- ▶ Đường đi được xây dựng quy nạp, bằng cách thêm dần từng bit cho đủ n bit;
- ▶ Cách tiếp cận này có thể đạt được độ tốt bằng đúng cận trên.