# OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN LẦN THỨ 31

# Khối thi: Cá nhân Chuyên

***Thời gian làm bài:* 180 *phút***

**Ngày thi: 07/12/2022**

**Nơi thi: Đại học Sư phạm kĩ thuật, Thành phố Hồ Chí Minh**

## TỔNG QUAN ĐỀ THI

| STT | Tên bài | File nguồn nộp | Thời gian chạy | Giới hạn bộ nhớ | Điểm |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Chuỗi hạt** | `cutstr.*` | `2 giây` | `1 GiB` | `100` |
| 2 | **Dãy chữ số** | `digits.*` | `3 giây` | `1 GiB` | `100` |
| 3 | **Khôi phục dữ liệu** | `restore.*` | `1 giây` | `1 GiB` | `100` |
| 4 | **Nâng cấp tuyến đường** | `roadimpro.*` | `4 giây` | `1 GiB` | `100` |

***Chú ý: Dấu * được thay thế bởi đuôi ngầm định của ngôn ngữ được sử dụng.***

***Hãy lập trình giải các bài toán dưới đây:***

## Bài 1. Chuỗi hạt (100 điểm)

Ngân có một chuỗi hạt được biểu diễn bằng một xâu $S$ có độ dài không quá 10000 kí tự, các kí tự đều là chữ cái la tinh thường. Ngân muốn cắt chuỗi hạt để nhận được $k$ chuỗi con, trong đó mỗi chuỗi con có độ dài định trước và là chuỗi đối xứng.

**Yêu cầu**: Hãy giúp Ngân xác định xem có tồn tại cách cắt $S$ để nhận được $k$ xâu đối xứng có độ dài $l_1, l_2, .., l_k$.

Ví dụ, có thể cắt xâu '**asaaabbrcaacw**' để nhận được ba xâu đối xứng có độ dài 2, 3 và 4 là **'bb', 'aaa', 'caac'**.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn có khuôn dạng:

- Dòng đầu chứa xâu $S$;
- Dòng thứ hai chứa số nguyên $T$ là số trường hợp thử;
- $T$ dòng sau, mỗi dòng có dạng: số đầu tiên là số $k$, tiếp theo là $k$ số nguyên dương $l_1, l_2, .., l_k$.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn $T$ dòng, mỗi dòng tương ứng với một trường hợp thử nghiệm, ghi "YES" nếu tồn tại cách cắt thỏa mãn hoặc "NO" trong trường hợp ngược lại.

**Ví dụ:**

| Dữ liệu vào | Kết quả ra |
|---|---|
| asaaabbrcaacw<br>2<br>3 2 3 4<br>4 2 2 2 2 | YES<br>NO |
| bbbbccaa<br>4<br>2 4 4<br>3 4 2 2<br>4 1 2 2 3<br>4 2 2 2 2 | NO<br>YES<br>YES<br>YES |

***Giới hạn:***

Subtask 1 (70% số điểm): $k = 1; T \leq 200$;

Subtask 2 (15% số điểm): $k \leq 13; T \leq 3$ và độ dài xâu $S$ không vượt quá 200;

Subtask 3 (15% số điểm): $k \leq 13;\ T \leq 200$.

## Bài 2. Dãy chữ số (100 điểm)

Ngân tìm được một số nguyên dương $n$ cực lớn gồm $m$ chữ số (không chứa chữ số 0 vô nghĩa ở đầu). Các chữ số được đánh số từ 1 đến $m$ từ đầu về cuối. Ngân được yêu cầu tìm hai vị trí $u$ và $v$ để tách số $n$ thành 3 số nguyên không âm $a_1, a_2, a_3$ sao cho:

- $1 \leq u < v < m$;
- $a_1$ chứa $u$ chữ số đầu tiên của số $n$;
- $a_2$ chứa $v - u$ chữ số tiếp theo của số $n$;
- $a_3$ chứa $m - v$ chữ số cuối cùng của số $n$.
- Hai số $a_2$ và $a_3$ có thể bằng 0 nhưng không có chữ số 0 vô nghĩa ở đầu.

**Yêu cầu:** Gọi $s = a_1 + a_2 + a_3$, hãy giúp Ngân tìm giá trị $s$ nhỏ nhất có thể.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn gồm một dòng chứa một số nguyên dương $n$.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số nguyên dương $s$ nhỏ nhất tìm được.

**Ví dụ:**

| Dữ liệu vào | Kết quả ra |
|---|---|
| 123456 | 102 |
| 1000 | 10 |
| 101 | 2 |
| 1001 | 11 |

***Giới hạn:***

Subtask 1 (30% số điểm): $m \leq 9$;

Subtask 2 (40% số điểm): $m \leq 5000$;

Subtask 3 (30% số điểm): $m \leq 10^6$.

## Bài 3. Khôi phục dữ liệu (100 điểm)

Ngân đang chuẩn bị chủ đề trình bày trong cuộc thi khoa học trẻ sắp diễn ra. Chủ đề về thuật toán khôi phục các giá trị bị mất của chuyển động khớp xương bàn tay trong chuỗi thời gian. Cụ thể, dữ liệu khớp xương gồm ba dãy giá trị $A, B, C$ có cùng độ dài $m$, trên mỗi dãy các phần tử được đánh số từ 1 đến $m$ từ đầu về cuối. Nhằm đánh giá được hiệu quả thuật toán khôi phục khớp xương, Ngân cần chọn ra các vị trí và đánh dấu mất mát trên dữ liệu để thử nghiệm. Tuy nhiên, Ngân thắc mắc có bao nhiêu cách chọn thỏa mãn:

- Có ít nhất một vị trí được chọn;
- Số lượng vị trí được chọn trên cả ba chuỗi chia hết cho $k$ ($0 < k \leq 100$);
- Không tồn tại $i$ ($1 \leq i \leq m$) mà vị trí $i$ trên cả ba đồng thời được chọn.

**Yêu cầu:** Gọi $s$ là cách chọn thỏa mãn, hãy giúp Ngân tính $s$ % $(10^9 + 7)$.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn gồm một dòng chứa hai số nguyên dương $m, k$.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số nguyên $s$ % $(10^9 + 7)$ tính được.

**Ví dụ:**

| Dữ liệu vào | Kết quả ra | Giải thích |
|---|---|---|
| 2 4 | 9 | Dưới đây là các cách chọn thỏa mãn, trong đó, số 1 thể hiện vị trí được chọn, ngược lại số 0 thể hiện vị trí không được chọn.<br>11 \| 11 \| 10 \| 11 \| 11 \| 10 \| 01 \| 01 \| 00<br>11 \| 10 \| 11 \| 01 \| 00 \| 01 \| 11 \| 10 \| 11<br>00 \| 01 \| 01 \| 10 \| 11 \| 11 \| 10 \| 11 \| 11 |

***Giới hạn:***

Subtask 1 (30% số điểm): $m \leq 5$;

Subtask 2 (40% số điểm): $m \leq 5 \times 10^3$;

Subtask 3 (30% số điểm): $m \leq 5 \times 10^8$.

## Bài 4. Nâng cấp tuyến đường (100 điểm)

Hệ thống giao thông thành phố Ngân ở gồm $n$ nút, các nút được đánh số từ 1 tới $n$, nút trung tâm là nút số 1. Các nút giao thông được nối với nhau bởi $m$ con đường một chiều, các con đường được đánh số từ 1 tới $m$. Con đường thứ $i$ $(1 \leq i \leq m)$ cho phép di chuyển từ nút $u_i$ tới nút $v_i$ mất $t_i$ đơn vị thời gian. Từ nút $u_i$ tới $v_i$ có không quá một con đường.

Trong thời gian tới, lãnh đạo thành phố muốn mở rộng một con đường nào đó với mong muốn giảm được thời gian đi từ nút giao thông 1 đến nút giao thông $s$. Khi quyết định lựa chọn nâng cấp một con đường, thời gian đi trên con đường đó sẽ là $t_0$.

**Yêu cầu:** Với $s$ và $t_0$ cho trước, hãy cho biết thời gian ngắn nhất để đi từ nút 1 đến nút $s$ khi được phép nâng cấp nhiều nhất một đoạn đường nào đó.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn:

- Dòng đầu chứa ba số nguyên $n, m$ và $q$, trong đó $q$ là số yêu cầu $(1 \leq n \leq 2000; 1 \leq m \leq 10000; 1 \leq q \leq 2 \times 10^6)$;
- Dòng thứ $i$ $(1 \leq i \leq m)$ trong $m$ dòng tiếp theo chứa ba số nguyên $u_i, v_i$ và $t_i$ $(1 \leq u_i \neq v_i \leq n; 1 \leq t_i \leq 2000)$;
- Dòng thứ $j$ $(1 \leq j \leq q)$ trong $q$ dòng tiếp theo mô tả yêu cầu thứ $j$ gồm hai số nguyên $s$ và $t_0$ $(1 \leq s \leq n; 1 \leq t_0 \leq 2000)$.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn $q$ dòng, dòng thứ $j$ ($1 \le j \le q$) ghi kết quả của yêu cầu thứ $j$.

**Ví dụ:**

| Dữ liệu vào | Kết quả ra |
|---|---|
| 4 4 3<br>1 2 6<br>2 4 10<br>1 3 16<br>3 4 4<br>3 14<br>4 14<br>4 11 | 14<br>16<br>15 |
| 4 3 2<br>1 2 3<br>2 3 5<br>3 4 4<br>4 7<br>4 3 | 12<br>10 |

***Giới hạn:***

Subtask 1 (30% số điểm): $n \le 20; q \le 200$;
Subtask 2 (40% số điểm): $n \le 200; q \le 2000$;
Subtask 3 (30% số điểm): $n \le 2000; q \le 2 \times 10^6$.

***---------- Hết ----------***