

***SUB1:**

Sub 1 của bài này khá dễ, hình được tạo thành luôn là hình tam giác có các đỉnh là tọa độ giao điểm của các cặp đường thẳng. vd 2 đường thẳng có dạng $ax+b=0$ và $cx+d=0$ thì hoành độ giao điểm 2 đường thẳng đó là $(b-d)/(a-c)$, sau khi tìm dc hoành độ, các bạn thay hoành độ vào hàm số $ax+b$ là tìm dc tung độ.

Gọi tọa độ 3 đỉnh của tam giác là $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$, ta có công thức tính diện tích tam giác là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} | (x_B - x_A)(y_C - y_A) - (x_C - x_A)(y_B - y_A) |$$

***SUB2:**

Sub này các bạn cần dùng tích phân. Đầu tiên các bạn phải tìm giao điểm của các cặp đồ thị. Xét 2 đồ thị bất kì có dạng $f(x)=y=a_1*x^3+b_1*x^2+c_1*x+d_1$

$$\text{và } g(x)=y=a_2*x^3+b_2*x^2+c_2*x+d_2$$

Do đề bài cho mỗi cặp đồ thị chỉ có duy nhất 1 điểm chung nên hoành độ giao điểm sẽ là nghiệm duy nhất của phương trình $(a_1-a_2)*x^3+(b_1-b_2)*x^2+(c_1-c_2)*x+(d_1-d_2)=0$.

- Cách giải phương trình $a*x^3+b*x^2+c*x+d=0$:

+Nếu $a=b=0$ thì phương trình trở thành phương trình bậc nhất $cx+d=0$, tìm nghiệm dễ dàng.

+Nếu $a=0$, phương trình bậc 2 : $b*x^2+c*x+d=0$. Do phương trình có nghiệm duy nhất nên nghiệm của phương trình sẽ là $-\frac{c}{2b}$.

+Nếu a khác 0:

Đặt các giá trị:

$$\Delta = b^2 - 3ac$$

$$k = \frac{9abc - 2b^3 - 27a^2d}{2\sqrt{|\Delta|^3}} \quad (\Delta \neq 0)$$

Nếu $\Delta > 0$: phương trình có nghiệm duy nhất

$$x = \frac{\sqrt{\Delta}|k|}{3ak} \left(\sqrt[3]{|k| + \sqrt{k^2 - 1}} + \sqrt[3]{|k| - \sqrt{k^2 - 1}} \right) - \frac{b}{3a}$$

2) Nếu $\Delta = 0$: Phương trình có một nghiệm bội

$$x = \frac{-b + \sqrt[3]{b^3 - 27a^2d}}{3a}$$

3) Nếu $\Delta < 0$: Phương trình có một nghiệm duy nhất

$$x = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{3a} \left(\sqrt[3]{k + \sqrt{k^2 + 1}} + \sqrt[3]{k - \sqrt{k^2 + 1}} \right) - \frac{b}{3a}$$

Sau khi tìm được nghiệm của phương trình rồi, gọi hoành độ giao điểm của 2 đồ thị bậc 3 là x_2 , hoành độ giao điểm 2 đồ thị bậc 3 với đường thẳng lần lượt là x_1 và x_3 .

với một giá trị x bất kì, khái niệm hàm số $f(x)$ lớn hơn hàm số $g(x)$ tức là khi thay cùng số x vào $f(x)$ và $g(x)$ thì giá trị của $f(x) > g(x)$.

Gọi 2 hàm số bậc 3 là $f(x)$ và $g(x)$, hàm số có đồ thị là đường thẳng là $h(x)$.

- Xét trường hợp $x_1 < x_2 < x_3$:

+ Nếu $f(x) > h(x)$ thì diện tích hình tính được sẽ là

$$\int_{x_1}^{x_2} (f(x) - h(x)) * dx + \int_{x_2}^{x_3} (g(x) - h(x)) * dx$$

+ Nếu $f(x) < g(x)$ thì diện tích là :

$$\int_{x_1}^{x_2} (h(x) - f(x)) * dx + \int_{x_2}^{x_3} (h(x) - g(x)) * dx$$

- Trường hợp $x_2 < x_1 < x_3$:

+ Nếu $f(x) > h(x)$ thì diện tích là :

$$\int_{x_2}^{x_3} (g(x) - h(x)) * dx - \int_{x_2}^{x_1} (f(x) - h(x)) * dx$$

+ Nếu $f(x) < h(x)$ thì diện tích là :

$$\int_{x_2}^{x_3} (h(x) - g(x)) * dx - \int_{x_2}^{x_1} (h(x) - f(x)) * dx$$

- Trường hợp $x_1 < x_3 < x_2$:

+ Nếu $f(x) > h(x)$ thì diện tích là :

$$\int_{x_1}^{x_2} (f(x) - h(x)) * dx - \int_{x_3}^{x_2} (g(x) - h(x)) * dx$$

+ Nếu $f(x) < h(x)$ thì diện tích là :

$$\int_{x_1}^{x_2} (h(x) - f(x)) * dx - \int_{x_3}^{x_2} (h(x) - g(x)) * dx$$

* Với hàm số bậc 3 bất kì $a * x^3 + b * x^2 + c * x + d$ thì :

$$\int_{x_1}^{x_2} (a * x^3 + b * x^2 + c * x + d) * dx = 1/4 * a * x^4 + 1/3 * b * x^3 + 1/2 * c * x^2 + d * x - 1/4 * a * x_1^4 - 1/3 * b * x_1^3 - 1/2 * c * x_1^2 - d * x_1$$